

Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé : Marches aléatoires maximales entropiques et principe des grandes déviations.

Intitulé en anglais : Maximal Entropy Random Walks and Large Deviation Principle.

Unité de recherche : IMB (UMR 5584, Université Bourgogne Europe & CNRS)

Nom, prénom et courriel du directeur de thèse : Offret Yoann yoann.offret@u-bourgogne.fr

Co-directrice: Cénac Peggy Peggy.peggy.cenac@u-bourgogne.f

Domaine scientifique principal de la thèse : Mathématiques

Domaine scientifique secondaire de la thèse : Probabilités et Statistiques

Description du projet scientifique :

L'étude des marches aléatoires sur les graphes est un domaine riche en applications, notamment en Physique, Statistique, Informatique, Économie et Biologie. L'essor des réseaux sociaux et du « big data » a renforcé l'intérêt pour les grandes structures de graphes, que les marches aléatoires permettent d'explorer efficacement.

Lorsque l'on ne dispose d'aucune information a priori, la marche est souvent uniforme au plus proche voisin, maximisant l'entropie localement en chaque nœud. Cependant, une alternative consiste à maximiser l'entropie globalement sur l'ensemble des trajectoires possibles. Ce processus, appelé « marche aléatoire maximale entropique », est unique sur un graphe fini et présente un lien naturel avec la théorie spectrale des graphes : sa mesure invariante est donnée par le carré du vecteur propre principal de la matrice d'adjacence, évoquant des analogies avec la mécanique quantique.

Ces structures apparaissent également en biologie mathématique, notamment dans les modèles matriciels de populations. Dans ce cadre, certaines quantités fondamentales comme le temps de génération peuvent être interprétées comme des temps de retour d'une chaîne de Markov associée au modèle démographique, mettant en évidence des liens profonds entre dynamiques de populations, valeurs propres dominantes et propriétés généalogiques des lignées (Bienvenu et Legendre, *The American Naturalist*, 2015 ; Bienvenu et al., *Theoretical Population Biology*, 2017).

Par ailleurs, sur les graphes finis, les marches maximales entropiques peuvent être obtenues à partir de la marche simple via un principe de grandes déviations. Des travaux récents montrent également que certaines fluctuations de marches aléatoires sur des graphes aléatoires peuvent être décrites par des marches biaisées reliées à la marche maximale entropique (Coghi, Morand, Touchette). Dans ce contexte, cette thèse vise avant tout à approfondir, d'un point de vue théorique, les liens entre principe de maximum d'entropie, marches aléatoires et théorie des grandes déviations, en particulier lorsque le graphe est infini. Une attention particulière pourra également être portée aux perspectives d'application de ces idées, notamment dans le cadre des modèles de dynamique de populations.

Connaissances et compétences requises : Master en mathématiques avec des connaissances approfondies en probabilités.