

Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé :

Théorie de Galois différentielle et transcendance des fonctions spéciales

Intitulé en anglais du sujet de these proposé :

Differential Galois theory and transcendence of special functions.

Unité de recherche : IMB (UMR 5584, Université Bourgogne Europe & CNRS)

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-directeur) de thèse :

Dreyfus, Thomas
Thomas.Dreyfus@u-bourgogne.fr

Domaine scientifique principal de la thèse :

Mathématiques

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

Géométrie algébrique, algèbre commutative, équations fonctionnelles

Description du projet scientifique :

La théorie de Galois aux différences a pour vocation à comprendre les relations algébriques entre les solutions d'une équation fonctionnelle. Pour cela, on introduit un groupe, qui est un groupe algébrique mesurant les relations.

Plus récemment a été développé par Hardouin et Singer une théorie de Galois visant à comprendre les relations algébriques et différentielles entre les solutions. Ici, le groupe de Galois est un groupe différentiel (ce sont des matrices dont les coefficients sont solutions équations différentielles algébriques) et la connaissance de ce dernier nous donne les

relations. Grâce à cette théorie, les auteurs reprouvent un résultat démontré initialement par Holder sur le fait que les dérivées de la fonction Gamma sont algébriquement indépendantes. Ces dernières années, cette théorie a été poussée jusqu'à son maximum pour avoir des critères pour statuer qu'une solution d'une équation fonctionnelle ne satisfait pas de relations algébriques différentielles. Dans un article avec Adamscewski et Hardouin, nous prouvons le résultat final dans cette direction, à savoir qu'une solution d'une équation fonctionnelle est soit très simple, soit ne satisfait pas de relations algébriques entre ses dérivées. Le but de la thèse est d'étudier les familles de fonctions solutions d'équations fonctionnelles. Etant données k équations fonctionnelles et k fonctions, chacune solution d'une équation fonctionnelle, est-il possible grâce à la théorie de Galois aux différences, de prouver qu'il n'y a pas de relations algébriques différentielles entre les fonctions ? Formulé comme cela le problème est bien trop vaste, pour une thèse. Un objectif plus raisonnable sera de se concentrer sur le cas où les équations fonctionnelles sont affines de rang 1.

Connaissances et compétences requises :

Connaissance de la base de la géométrie algébrique, le candidat devra être à l'aise avec les notions d'algèbre commutative.