

Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé :

Décompositions motiviques et cycles proches

Intitulé en anglais du sujet de thèse proposé :

Motivic decompositions and nearby cycles

Unité de recherche : IMB (UMR 5584, Université Bourgogne Europe & CNRS)

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-directeur) de thèse :

NAGEL Johannes, directeur (johannes.nagel@ube.fr)

CAVICCHI Mattia, co-directeur (mattia.cavicchi@ube.fr)

Domaine scientifique principal de la thèse :

Mathématiques

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

Géométrie Algébrique

Description du projet scientifique :

La théorie de l'homotopie motivique, développée à partir du travail fondateur de Morel et Voevodsky [MV99], permet notamment d'introduire et d'étudier, de manière purement algébrique, une notion de type d'homotopie (stable) d'une variété algébrique X sur un corps k quelconque, avec la droite affine sur k remplaçant l'intervalle $[0,1]$. Cette notion est encodée par un objet $M(X)$ canoniquement associé à X dans la *catégorie homotopique motivique stable* $SH(k)$.

Soit $k=\mathbb{C}$ le corps des complexes. Dans sa thèse [Ayo07a], [Ayo07b], Ayoub construit aussi dans $SH(k)$ l'analogue $\Psi(f)$ du type d'homotopie de la *fibre de Milnor* d'un morphisme polynomial $f : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$ ayant fibres lisses au-dessus de $\mathbb{C} \setminus \{0\}$. Pour ce faire, il définit un foncteur *cycles proches* et il l'applique à l'espace total de la fibration f (au-dessus d'un disque épointé en 0 assez petit). La construction est sophistiquée et assez indirecte, et très peu de techniques pour le calcul explicite de l'objet « cycles proches de f » sont connues. Le premier objectif de la thèse est d'utiliser les filtrations construites dans l'article récent [DDO22] pour

obtenir des nouvelles méthodes de calcul du foncteur cycles proches, lorsque la fibre de f au-dessus de 0 est un diviseur à croisement normaux.

Dans un deuxième temps, le candidat s'inspirera des travaux de Beilinson [Bei87] pour relier le foncteur cycles proches à la théorie des *extensions intermédiaires motiviques*, déjà employée dans le travail des directeurs avec Déglise [CDN23] pour obtenir des nouvelles décompositions motiviques dans l'esprit des conjectures standard de Grothendieck sur les cycles algébriques. Ce lien étant établi, il pourra appliquer les techniques de calcul développées dans la première phase, afin de généraliser les résultats de *op. cit.* à de nouvelles familles de variétés.

[Ayo07a] J. Ayoub. *Les six opérations de Grothendieck et le formalisme des cycles évanescents dans le monde motivique. I*, volume 314 d'Astérisque. Paris: Société Mathématique de France, 2007.

[Ayo07b] J. Ayoub. *Les six opérations de Grothendieck et le formalisme des cycles évanescents dans le monde motivique. II*, volume 315 d'Astérisque. Paris: Société Mathématique de France, 2007.

[Bei87] A. Beilinson. *How to glue perverse sheaves*. K-theory, arithmetic and geometry, Semin. Moscow Univ. 1984-86, Lect. Notes Math. 1289, 42-51 (1987), 1987.

[CDN23] M. Cavicchi, F. Déglise, et J. Nagel. *Motivic decompositions of families with Tate fibers: smooth and singular cases*. Int. Math. Res. Not., 2023 (16): 14239–14289, 2023.

[DDO22] F. Déglise, A. Dubouloz, P. A. Østvær. *Punctured tubular neighborhoods and stable homotopy at infinity*. <https://arxiv.org/abs/2206.01564>, 2022.

[MV99] F. Morel, V. Voevodsky. *A1-homotopy theory of schemes*. Publ. Math., Inst. Hautes Etud. Sci., 90:45–143, 1999.

Connaissances et compétences requises :

Théorie homotopique motivique stable, formalisme des six foncteurs, faisceaux pervers, cycles algébriques