

CATALOGUE DES ACTIONS DE  
DIFFUSION/VULGARISATION DES  
MATHÉMATIQUES  
PROPOSÉES PAR  
L'INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE  
BOURGOGNE  
ET L'IREM DE DIJON  
AUX ÉTABLISSEMENTS DU SECONDAIRE

Ce catalogue liste les actions de diffusion/vulgarisation des mathématiques proposées par les membres de l'Institut de Mathématiques de Bourgogne et l'IREM de Dijon à destination des élèves du secondaire. Ces actions peuvent prendre la forme d'un atelier, d'un exposé ou d'une conférence.

Les demandes d'intervention sont à envoyer à l'adresse courriel : [pop.math@u-bourgogne.fr](mailto:pop.math@u-bourgogne.fr).

# Table des matières

Bulles de savon et optimisation . . . . .	1
La fortification géométrique . . . . .	2
Les caprices du hasard, expliqués par les mathématiques . . . . .	3
Le constructeur universel d'équations . . . . .	4
Les débuts de l'algèbre moderne : le théorème fondamental d'Albert Girard . . . . .	5
Les quatre couleurs . . . . .	6
Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le Cinéma . . . . .	7
Marches aléatoires en milieu aléatoire . . . . .	8
Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos . . . . .	9
Séquences d'ADN et jeu du Chaos . . . . .	10
Un nombre infini d'infinis . . . . .	11
Listes des interventions par classe . . . . .	12

## Bulles de savon et optimisation

**Public visé :** de la 4<sup>e</sup> à la 2<sup>de</sup>,

**Format :** exposé/atelier,

**Durée :** 1 heure,

**Intervenants :** Lucy Möser-Jauslin, Arnaud Rousselle.

Quand on plonge un cadre métallique dans une solution de savon, le liquide forme une surface, avec bord sur le cadre, qui est d'aire la plus petite possible. On appelle une telle surface minimale. Ces surfaces ont été étudiées depuis plusieurs siècles par les mathématiciens. Il s'agit d'un exemple fondamental de la démarche mathématique : trouver une solution optimale pour un problème avec des contraintes données.

PLATEAU (1801-1883) a étudié les surfaces minimales de bord imposé de manière expérimentale avec des solutions de savon. Dans cet exposé, nous allons faire des expériences avec quelques cadres particuliers pour illustrer des propriétés des surfaces minimales à bord imposé.



Un exemple préliminaire consiste en une étude de chemins dans le plan. Au début de XIX<sup>e</sup> siècle, le géomètre STEINER a posé et résolu le problème suivant :

Comment joindre trois villes par un système de chemins tel que la distance totale des chemins soit aussi petit que possible? On peut démontrer la réponse théorique avec la géométrie du plan. On peut aussi voir la solution à ce problème et des généralisations par les expériences avec des films et des bulles de savon.

Les bulles de savon nous permettent aussi de visualiser les solutions d'autres problèmes variationnels plus compliqués; on obtient des surfaces dans l'espace à trois dimensions.

## La fortification géométrique

**Public visé :** à partir de la 4<sup>e</sup>,

**Format :** exposé suivi éventuellement d'un travail sur les textes originaux,

**Durée :** 1 heure (exposé),

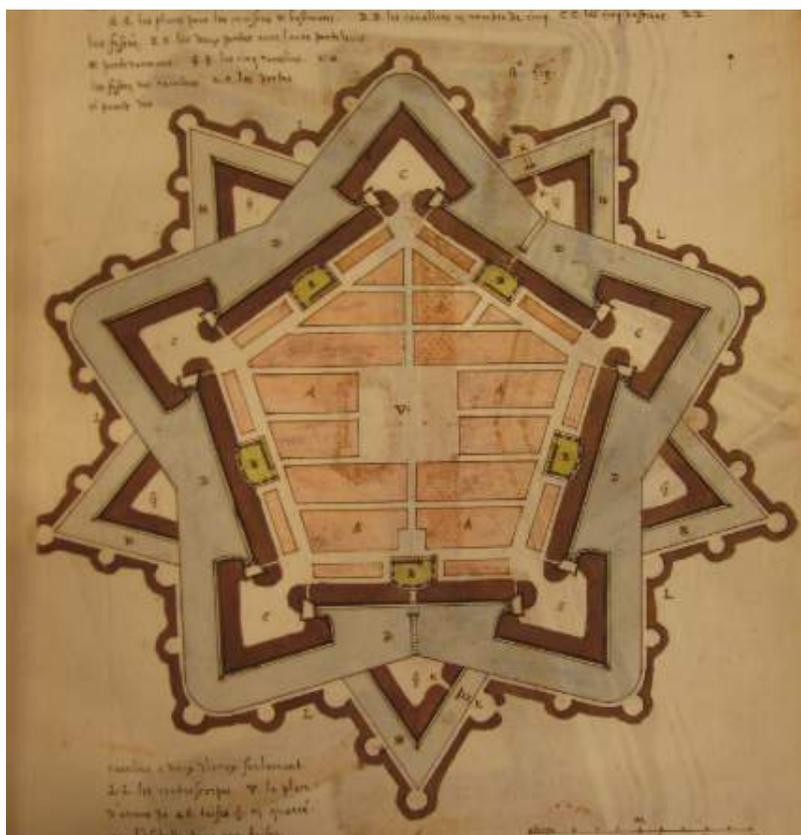
**Intervenants :** Frédéric Métin.

Depuis que la violence existe, les groupes humains cherchent à se protéger de leurs ennemis, si possible sans avoir à les combattre. De la construction des palissades et des châteaux-forts à celle des citadelles et des enceintes urbaines, il s'agit toujours de se mettre à l'abri des agressions derrière de solides remparts.

Mais la technique des fortifications doit toujours s'adapter aux évolutions technologiques de l'attaque; la mise au point de canons fiables à la fin du XV<sup>e</sup> siècle en Europe a engendré une géométrisation de la fortification bien avant l'avènement de Vauban.

Après les architectes italiens, le principal artisan de cette géométrisation fut Jean Errard de Bar-le-Duc, ingénieur principal de Henry IV, à travers son chef d'œuvre, *La fortification réduite en art et démontrée*, publié en 1600 à Paris. Les architectes militaires de toute l'Europe suivront Errard en améliorant ses constructions et en les adaptant aux nouvelles techniques de la guerre de siège. C'est toujours en termes de mesure des longueurs et des angles qu'ils chercheront à justifier leurs méthodes, mettant ainsi la géométrie au cœur de leur argumentation.

La fortification allait alors devenir une discipline scolaire à part entière, pour les jeunes nobles destinés aux métiers des armes. L'enseignement des mathématiques lui dont donc une partie de son essor au XVII<sup>e</sup> siècle.



## Les caprices du hasard, expliqués par les mathématiques

**Public visé :** à partir de la 4<sup>e</sup>,

**Format :** exposé,

**Durée :** 45 minutes,

**Intervenante :** Marielle Simon,

**Zone géographique :** accessible en transports en commun depuis Dijon,

**Matériel :** Rétroprojecteur et connexion interne.

Tous les jours, nous sommes confrontés au hasard... et nous devons faire des "prévisions" : quelle météo fera-t-il dans deux semaines? Est-ce que la tempête fera tomber les tuiles de mon toit cette nuit? Combien dois-je acheter de pochettes de cartes Pokemon pour compléter ma collection? En vérité, si nous ne pouvons pas répondre à ces questions, c'est parce que nous ne pouvons pas tout connaître. Bonne nouvelle : les mathématiques peuvent nous aider! Grâce à quelques exemples, et quelques calculs, nous essaierons de faire les meilleures prévisions possibles, et nous découvrirons quelques problèmes au coeur de la recherche mathématique actuelle.



## Le constructeur universel d'équations

**Public visé :** classes de 3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>,

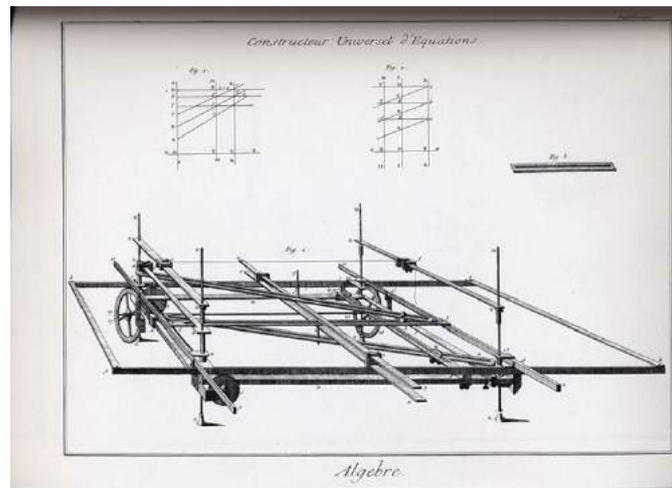
**Format :** exposé/atelier,

**Durée :** 1 heure,

**Intervenants :** Sébastien Leurent, Arnaud Rousselle.

Il s'agit d'une présentation du *Constructeur Universel d'Équations* décrit dans l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert et attribué à Segner. Celui-ci permet théoriquement de tracer mécaniquement la courbe représentative de tout polynôme sur un intervalle prescrit.

L'exposé inclura des motivations et une contextualisation historique, la description du fonctionnement de cette machine et la preuve de son fonctionnement, basée sur des utilisations successives du Théorème de Thalès. On s'intéressera également à la façon dont était écrites les mathématiques à l'époque des Lumières et aux difficultés de la réalisation pratique du constructeur. La séance se terminera avec la manipulation d'une version "réelle" de la machine permettant de tracer la courbe représentative un polynôme du second degré.



Comme prolongement, il est possible de faire travailler les élèves sur la conception de versions virtuelles de la machine, par exemple sous GeoGebra, pour le tracé des courbes de polynômes de degrés plus élevés.



## Les débuts de l'algèbre moderne : le théorème fondamental d'Albert Girard

**Public visé :** classes de 1<sup>re</sup> et terminale, enseignants,

**Format :** exposé suivi éventuellement d'un travail sur les textes originaux,

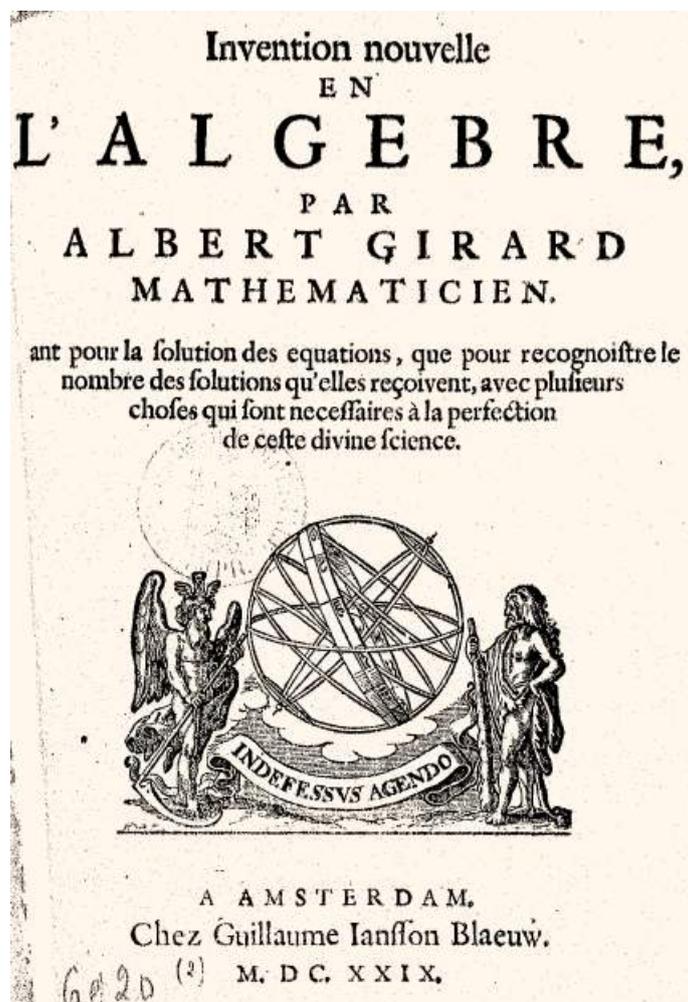
**Durée :** 1 heure (exposé),

**Intervenants :** Frédéric Métin.

L'histoire de l'algèbre est marquée par le tournant décisif que lui a fait prendre François Viète à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle particulièrement par son invention de nouvelles notations et l'utilisation qu'il en a faite dans la résolution des équations.

Son contemporain Albert Girard est un auteur bien moins connu, mais dont l'œuvre reste importante pour la diffusion des mathématiques nouvelles dans l'Europe du premier XVII<sup>e</sup> siècle. Né à Saint-Mihiel en 1595, probablement élevé à Metz, Girard fait l'essentiel de sa carrière en Hollande. On trouve sa trace à Amsterdam, où il se marie en 1614, puis à Leyde à partir de 1617, en tant qu'étudiant à la fameuse école d'ingénieurs fondée par Simon Stevin.

Girard est l'un des premiers auteurs à avoir formulé, dans son *Invention nouvelle en l'algèbre* (1629), le théorème fondamental de l'algèbre, à une époque où un Descartes refusait encore les solutions négatives des équations. Son traité qui regorge d'exemples originaux nous mène d'un exposé virtuose des techniques de calcul sur les radicaux à l'expression générale du théorème fondamental de l'algèbre tenant évidemment compte des racines imaginaires, ainsi qu'une justification géométrique stupéfiante des racines négatives.



## Les quatre couleurs

**Public visé :** à partir de la 3<sup>e</sup>,

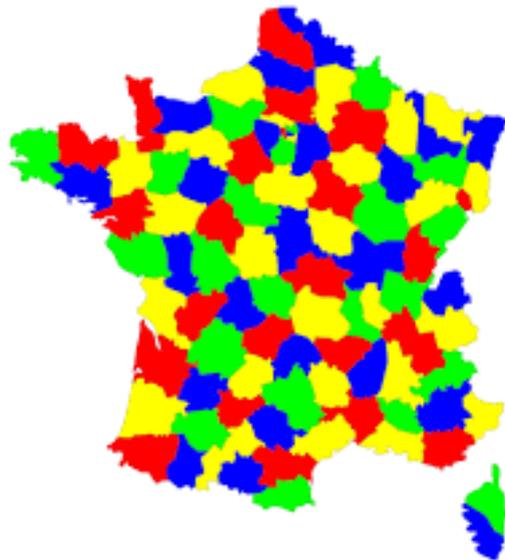
**Format :** conférence,

**Durée :** 50 minutes,

**Intervenant :** Luis Paris,

**Zone géographique :** Côte d'Or (ou sur demande motivée).

De combien de couleurs a-t-on besoin au minimum pour colorier n'importe quelle carte géographique, avec la contrainte que deux pays partageant une frontière commune doivent être coloriés de couleurs différentes? Cette question fut posée pour la première fois en 1852 par Francis Guthrie, mathématicien et botaniste sud-africain. La réponse à cette question simple a mis plus d'un siècle à venir. En 1976, Kenneth Appel et Wolfgang Haken démontrent que quatre couleurs suffisent. Leur démonstration fut faite avec l'assistance d'un ordinateur et ce fut une première en mathématiques. D'autres démonstrations assistées par ordinateur suivront, mais les scientifiques restent frustrés, voir divisés, sur la pertinence de l'utilisation d'un ordinateur pour faire des preuves. Il n'existe pas de démonstration « classique » de ce résultat à l'heure actuelle. Cet exposé a pour but d'expliquer l'histoire et les différentes facettes de cette question sur laquelle encore aujourd'hui des mathématiciens travaillent.



## Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le Cinéma

**Public visé :** à partir de la 4<sup>e</sup>,

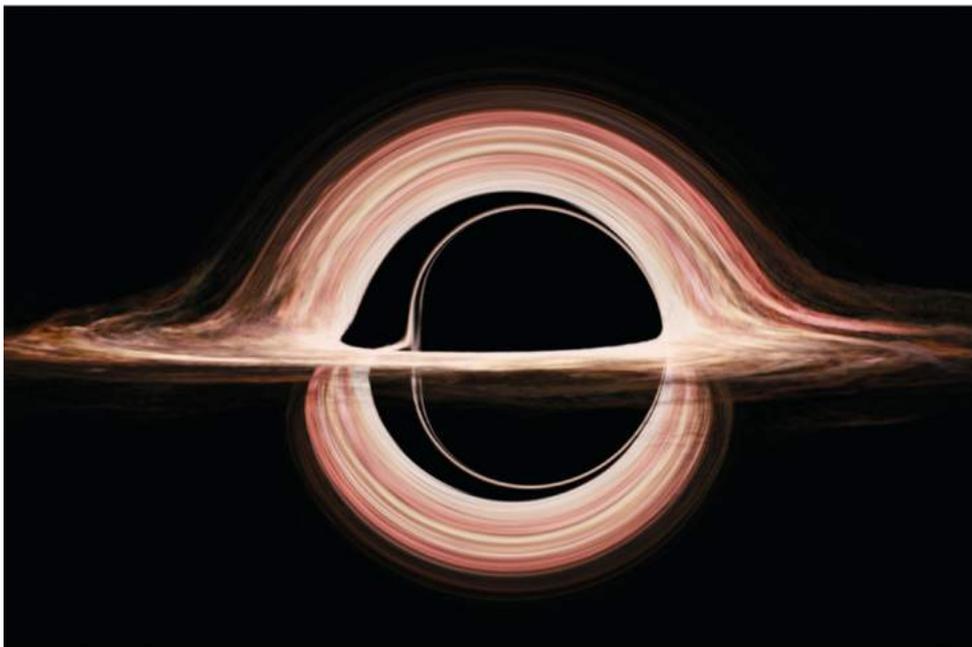
**Format :** conférence,

**Durée :** 1 heure,

**Intervenant :** Jose-Luis Jaramillo,

**Zone géographique :** Côte d'Or (ou sur demande motivée).

Dans cet exposé on discutera les notions d'Espace et de Temps depuis une perspective physique, notamment suivant une approche dans laquelle la Lumière joue un rôle clé pour entrelacer Espace et Temps dans la notion (dite « relativiste ») de Espace-Temps. Pour parcourir les différents pas dans la construction de cette structure espace-temporelle, on utilisera des extraits des films de science-fiction qui illustrent les concepts fondamentaux. Entre autres, on parlera des conséquences de la vitesse finie de la lumière, du paradoxe des jumeaux de Langevin, du retardement gravitationnel du temps, des trous noirs et de trous de ver. L'exposé n'utilise pas des formules mathématiques, en illustrant les concepts graphiquement et d'une manière intuitive (mais tout-à-fait correcte).



## Marches aléatoires en milieu aléatoire

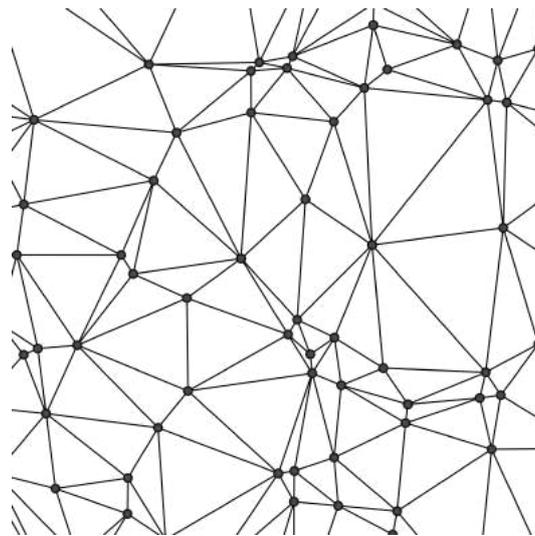
**Public visé :** classes de 1<sup>re</sup> et terminale,

**Format :** conférence,

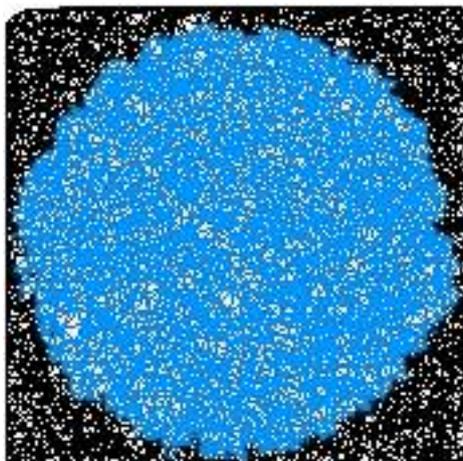
**Durée :** 2 heures (possibilité d'une version allégée en une heure)

**Intervenant :** Arnaud Rousselle.

Les marches aléatoires sont utilisées pour modéliser des trajectoires imprévisibles mais obéissant à certaines contraintes et au hasard dans de nombreux domaines tels que la physique, la biologie ou les télécommunications. Afin de fournir des modèles plus réalistes ou lorsqu'il n'est pas possible de décrire exactement le milieu dans lequel elles évoluent, il est aussi possible de considérer des marches aléatoires sur des milieux eux-mêmes aléatoires. Ces milieux peuvent être obtenus comme des perturbations aléatoires d'une grille ou à partir d'un nuage aléatoire de points et de règles de connexion basées sur la géométrie du nuage de points (par exemple mosaïque de Voronoï ou triangulation de Delaunay).



On présentera, dans un premier temps, le cadre classique des marches aléatoires sur des réseaux fixes et on établira une analogie avec les réseaux électriques. Ensuite, des modèles de milieux aléatoires issus de la percolation et de la géométrie aléatoire seront présentés. Finalement, on discutera d'applications de ce domaine de recherche dans le cadre des télécommunications et d'un modèle de croissance utilisé pour analyser un processus de nettoyage de plaques métalliques par oxydo-réduction (électro-polissage, eau forte et corrosion).



## Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos

**Public visé :** à partir de la 4<sup>e</sup>,

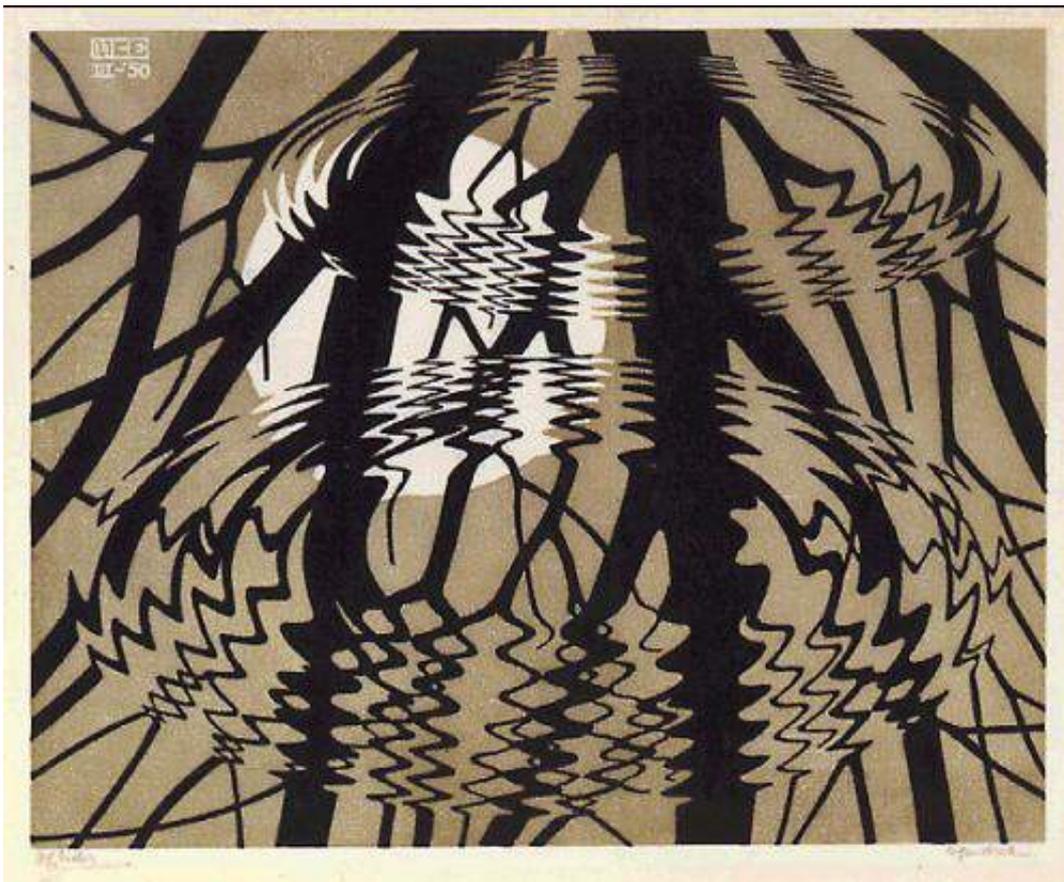
**Format :** conférence,

**Durée :** 1 heure,

**Intervenant :** Jose-Luis Jaramillo,

**Zone géographique :** Côte d'Or (ou sur demande motivée).

Le 14 septembre de 2015, les deux antennes gravitationnelles LIGO détectaient pour la première fois une onde gravitationnelle, prédiction fondamentale de la Relativité Générale d'Einstein, justement 100 ans après sa formulation. Mais, que sont ces ondes gravitationnelles? Quelles sont leurs sources d'émission? Quel type d'information nous transmettent-elles? Et comment peut-on les détecter? Avec le recul pris depuis la première détection, dans cet exposé, nous partirons d'une présentation de la nature de ce type de rayonnement, pour continuer avec la description des principaux objets astrophysiques (comme les trous noirs) qui les émettent, et finir avec la discussion de l'utilisation d'un laser et de l'interférométrie pour leur détection. Les ondes gravitationnelles offrent ainsi une nouvelle fenêtre, complémentaire à celle de la lumière (ondes électromagnétiques), pour étudier les phénomènes les plus violents de l'Univers. Avec ces détections a commencé une nouvelle ère pour l'astronomie, pleine d'espoir de nouvelles découvertes et, sans doute, de grandes surprises pour notre compréhension de l'Univers.





## Un nombre infini d'infinis

**Public visé :** à partir de la 5<sup>e</sup>,

**Format :** deux séances de 50min (une séance de théorie et une séance d'applications et de discussion avec les élèves)

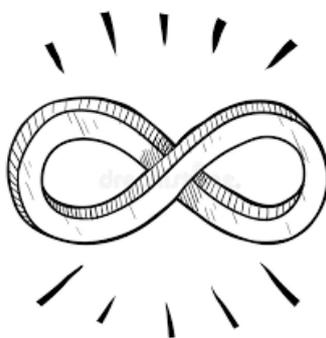
**Durée :** 1h40 (possibilité d'une version allégée de 50min pour les classes connaissant la notion de fonction)

**Prérequis :** l'exposé peut s'adapter pour les classes n'ayant pas vues la notion de fonction ou de nombre réel

**Intervenant :** Ioannis Iakovoglou

Depuis l'Antiquité la notion d'infini a été au centre de nos interrogations philosophiques, théologiques, scientifiques; au centre de notre vision du monde. Est-ce notre Univers infini? Peut-on décomposer la matière en un nombre infini d'éléments?

Ce n'est donc pas une surprise que l'infini se retrouve avoir un rôle privilégié dans la science Mathématique. L'ensemble des nombres entiers  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  est infini tout comme l'ensemble des nombres réels. Mais les entiers font partie des nombres réels, c'est ainsi qu'on pourrait dire que les nombres réels sont plus infinis que les nombres entiers!



Combien d'infinis existent en Mathématiques? Le mathématicien Georg Cantor(1845-1918) propose dans sa théorie des ensembles une manière de mesurer les infinis; une manière mathématique pour établir qu'un infini est plus grand qu'un autre et il en conclut que le nombre d'infinis est infini!

Dans cet exposé, on propose dans un premier temps traduire la démarche de Cantor en termes simples et dans un deuxième temps essayer de montrer avec les élèves et discuter quelques-unes de ses applications qui peuvent sembler contre-intuitives : deux cercles de rayons 1 et 2 ont le même nombre de points (paradoxe de Scot), l'ensemble des entiers  $\mathbb{N}$  et des entiers privés de zéro  $\mathbb{N} - \{0\}$  ont le même nombre d'éléments, etc.

# Liste des interventions pour les classes de 5<sup>e</sup>

Un nombre infini d'infinis, 11

# Liste des interventions pour les classes de 4<sup>e</sup>

Bulles de savon et optimisation, 1

La fortification géométrique, 2

Les caprices du hasard, expliqués par les mathématiques, 3

Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le Cinéma, 7

Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos, 9

Un nombre infini d'infinis, 11

# Liste des interventions pour les classes de 3<sup>e</sup>

Bulles de savon et optimisation, 1

La fortification géométrique, 2

Le constructeur universel d'équations, 4

Les caprices du hasard, expliqués par les  
mathématiques, 3

Les quatre couleurs, 6

Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le  
Cinéma, 7

Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos,  
9

Un nombre infini d'infinis, 11

# Liste des interventions pour les classes de 2<sup>de</sup>

Bulles de savon et optimisation, 1

La fortification géométrique, 2

Le constructeur universel d'équations, 4

Les caprices du hasard, expliqués par les  
mathématiques, 3

Les quatre couleurs, 6

Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le  
Cinéma, 7

Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos,  
9

Un nombre infini d'infinis, 11

# Liste des interventions pour les classes de 1<sup>re</sup>

La fortification géométrique, 2

Les débuts de l'algèbre moderne : le théorème  
fondamental d'Albert Girard, 5

Les caprices du hasard, expliqués par les  
mathématiques, 3

Les quatre couleurs, 6

Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le  
Cinéma, 7

Marches aléatoires en milieu aléatoire, 8

Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos,  
9

Séquences d'ADN et jeu du Chaos, 10

Un nombre infini d'infinis, 11

# Liste des interventions pour les classes de terminale

Les quatre couleurs, 6

La fortification géométrique, 2

Les débuts de l'algèbre moderne : le théorème  
fondamental d'Albert Girard, 5

Les caprices du hasard, expliqués par les  
mathématiques, 3

Lumière, Espace et Temps : une vision depuis le  
Cinéma, 7

Marches aléatoires en milieu aléatoire, 8

Ondes Gravitationnelles : l'autre lumière du Cosmos,  
9

Séquences d'ADN et jeu du Chaos, 10

Un nombre infini d'infinis, 11